MEDIAN
Jurnal Arsitektur dan Planologi

TEHNIK KALKULUS DERIVATIF UNTUK FUNGSI PERMINTAAN TENAGA KERJA HICKSIAN DAN MARSHALLIAN

Sidik Budiono
Tenaga Pengajar Pada Program Studi Ekonomi Pembangunan – STIE Ottow Geisler
Alamat : Kampus STIE Ottow Geisler Kota Raja Abepura Jayapura

ABSTRAK

This paper explain how demand for labor derived from firm activities. The methods used in this study are calculus of derivation. Author use this methods to explore firms activity in economic principals. The firm choose one of economic principals on cost minimization or profit maximization. Based on theoretical study it implies that Solow Elasticity Function is the Hicksian Demand Function for labour factor. it is different from Phelps (2006) as Solow Elasticity is result of demand for labor and supply of labor. We also can explain here that the real wage has negative correlation with employment as different from Phelps's conclusion that is positive. The next study is done by performing a derivation toward the company's profit function and it results in the Marshallian demand function for the production factor (labour). So it can be concluded that the real wage has negative correlation with employment in the labour demand function.

Kata kunci: Kalkulus derivatif, Fungsi Permintaan Hicksian, Fungsi Permintaan Marshallian, Fungsi Elastisitas Solow.

1. PENDAHULUAN

Dalam kerangka teori ekonomi mikro dasar, perusahaan berperan dalam penyediaan barang dan jasa bagi konsumen rumah tangga (*household*). Rumah tangga membeli barang dan jasa berdasarkan harga yang terbentuk di pasar. Perusahaan akan menerima pendapatan dari hasil penjualan atas barang dan jasa. Selanjutnya, perusahaan memerlukan faktor produksi modal dan tenaga kerja di pasar faktor produksi. Rumah tangga menyediakan tenaga kerja untuk bekerja bagi perusahaan. Perusahaan akan membayar tenaga kerja berupa upah yang telah ditentukan di pasar tenaga kerja. Oleh karena itu, ada permintaan perusahaan dan penawaran rumah tangga untuk tenaga kerja di pasar tenaga kerja.

Permintaan tenaga kerja merupakan fenomena yang paling unik dalam pembahasan ekonomi. Permintaan tenaga kerja merupakan fungsi turunan dari aktifitas agen ekonomi yang dalam hal ini adalah perusahaan. Keputusan perusahaan melakukan produksi dilakukan dengan salah satu dari dua prinsip ekonomi perusahaan. Dua prinsip ekonomi tersebut yaitu maksimisasi keuntungan (*profit maximization*) dan minimisasi biaya (*cost minimization*). Fungsi matematika yang dibangun telah memenuhi teori-teori ekonomi dan diusahakan se-empiris mungkin. Kedua prinsip ekonomi tidak dapat dilakukan secara bersamaan sebagaimana konsekuensi prinsip dasar ilmu ekonomi mengenai kelangkaan (*scare*).

v^i : tingkat upah riil perusahaan ke-i
Λ : Angka produktifitas netral Harrod
u : tingkat pengangguran

2. PEMBAHASAN

Minimisasi Biaya Perusahaan

Apabila perusahaan akan melakukan minimisasi biaya (satuan), fungsi biaya perusahaan adalah:

$$\varsigma^i = min\left[v^i \Big/ \left(\Lambda\epsilon\left(\frac{(1-u)v^e}{v^i}, \frac{y^w}{v^i}\right)\right)\right]$$

v^i : tingkat upah riil perusahaan ke-i

v^e : tingkat upah riil yang diharapkan
y^w: pendapatan non upah

Dengan memilih v^i yang optimal. Tingkat upah di perusahaan-i, v^i optimal akan diperoleh melalui penyelesaian turunan pertama dan diperoleh *first order necessary condition* (FONC).

Katakanlah $\Psi(v^i) = \left[v^i \Big/ \left(\Lambda\epsilon\left(\frac{(1-u)v^e}{v^i}, \frac{y^w}{v^i}\right)\right)\right]$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = \frac{\partial}{\partial v^i}\left[\frac{v^i}{\left(\Lambda\epsilon\left(\frac{(1-u)v^e}{v^i}, \frac{y^w}{v^i}\right)\right)}\right] = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = \Lambda\epsilon + v^i\left\{\Lambda\epsilon_1\left(\frac{(1-u)v^e}{(v^i)^2}\right) + \Lambda\epsilon_2\left(\frac{y^w}{(v^i)^2}\right)\right\} = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = \Lambda\epsilon + \Lambda\epsilon_1\left(\frac{(1-u)v^e}{v^i}\right) + \Lambda\epsilon_2\left(\frac{y^w}{v^i}\right) = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = \Lambda\epsilon + \Lambda\epsilon\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\frac{(1-u)v^e}{v^i}\right) + \Lambda\epsilon\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\frac{y^w}{v^i}\right) = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = \Lambda\epsilon\left\{1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon}\frac{(1-u)v^e}{v^i} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon}\frac{y^w}{v^i}\right\} = 0$$

$$\frac{\partial\Psi(v^i)}{\partial v^i} = 1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon}\frac{(1-u)v^e}{v^i} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon}\frac{y^w}{v^i} = 0$$

Sehingga persamaan 1 adalah:

$$-\left\{\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\frac{(1-u)v^e}{v^i} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon}\frac{y^w}{v^i}\right\} = 1 \qquad (1)$$

Merupakan Fungsi Elastisitas Solow. Kondisi keseimbangan memenuhi $v^i = v = v^e$, sehingga persamaan (1) menjadi persamaan (2):

$$-\left[(1-u)\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right) + \left(\frac{y^w}{v}\right)\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right)\right] = 1 \qquad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat diselesaikan untuk memperoleh *property* dari v/y^w terhadap fungsi kesempatan kerja, $1-u$.

Misalkan suatu fungsi: $f = 1 + (1-u)\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right) + \left(\frac{y^w}{v}\right)\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right)$

$$\frac{\partial f}{\partial(1-u)} = 0 + \left\{\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right) + (1-u)\left(\frac{\epsilon_{11}\epsilon - \epsilon_1\epsilon_1}{\epsilon^2}\right)\right\} + \left\{\left(\frac{y^w}{v}\right)\left(\frac{\epsilon_{21}\epsilon - \epsilon_2\epsilon_1}{\epsilon^2}\right)\right\}$$

$$= \frac{\epsilon_1}{\epsilon} + (1-u)\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon} - (1-u)\frac{\epsilon_1^2}{\epsilon^2} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_{21}}{\epsilon} - \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2\epsilon_1}{\epsilon^2}$$

$$= \frac{1}{\epsilon}\left\{\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} - (1-u)\frac{\epsilon_1^2}{\epsilon} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21} - \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2\epsilon_1}{\epsilon}\right\}$$

$$= \frac{1}{\epsilon}\left\{\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21} - \epsilon_1\left[(1-u)\frac{\epsilon_1}{\epsilon} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{\epsilon}\left\{\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21} - \epsilon_1[-1]\right\}$$

Jadi,

$$\frac{\partial f}{\partial(1-u)} = \frac{1}{\epsilon}\left\{2\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21}\right\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)} = 0 + \left\{(1-u)\left(\frac{\epsilon_{12}\epsilon - \epsilon_1\epsilon_2}{\epsilon^2}\right)\left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\right\} + \left\{\left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right) + \left(\frac{y^w}{v}\right)\left(\frac{\epsilon_{22}\epsilon - \epsilon_2\epsilon_2}{\epsilon^2}\right)\left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\right\}$$

$$= \left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\left\{(1-u)\frac{\epsilon_{12}}{\epsilon} - (1-u)\frac{\epsilon_1\epsilon_2}{\epsilon^2} + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right) + \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_{22}}{\epsilon} - \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2^2}{\epsilon^2}\right\}$$

$$= \left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\frac{1}{\epsilon}\left\{(1-u)\epsilon_{12} - (1-u)\frac{\epsilon_1\epsilon_2}{\epsilon} + \epsilon_2 + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22} - \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2^2}{\epsilon}\right\}$$

$$= \left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\frac{1}{\epsilon}\left\{\epsilon_2 + (1-u)\epsilon_{12} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22} - \epsilon_2\left[(1-u)\frac{\epsilon_1}{\epsilon} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\frac{\epsilon_2}{\epsilon}\right]\right\}$$

Jadi,

$$\frac{\partial f}{\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)} = \left(-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\right)\frac{1}{\epsilon}\left\{2\epsilon_2 + (1-u)\epsilon_{12} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22}\right\}$$

Sekarang kita memecahkan $\frac{\partial f}{\partial(1-u)} \Big/ \frac{\partial f}{\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)}$ sebagai berikut:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial(1-u)}}{\frac{\partial f}{\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)}} = \frac{\frac{1}{\epsilon}\left\{2\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21}\right\}}{-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\frac{1}{\epsilon}\left\{2\epsilon_2 + (1-u)\epsilon_{12} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22}\right\}}$$

$$= \frac{2\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21}}{-\left(\frac{v}{y^w}\right)^{-2}\left\{2\epsilon_2 + (1-u)\epsilon_{12} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22}\right\}}$$

$$= -\frac{2\epsilon_1 + (1-u)\epsilon_{11} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21}}{\left\{2\epsilon_2 + (1-u)\epsilon_{12} + \left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22}\right\}}\left(\frac{v}{y^w}\right)^2$$

Jadi,

$$\frac{\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)}{\partial(1-u)} = -\frac{2\epsilon_1+(1-u)\epsilon_{11}+\left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{21}}{2\epsilon_2+(1-u)\epsilon_{12}+\left(\frac{y^w}{v}\right)\epsilon_{22}}\left(\frac{y^w}{v}\right)^{-2} < 0 \quad (4)$$

Hasil akhir perhitungan di atas adalah untuk menentukan *property* pada respon kesempatan kerja terhadap rasio upah per pendapatan non upah.[1] Solusi akhir dari minimisasi biaya adalah Elastisitas Solow. Dalam fungsi Elastisitas Solow ini dapat mencakup hubungan antara tingkat upah dengan kesempatan kerja.

Maksimisasi *Profit*

Metode lain untuk memecahkan problem perusahaan di pasar tenaga kerja adalah maksimisasi keuntungan (Blanchard, 1985). Solusi akhir dari maksimisasi keuntungan adalah juga fungsi permintaan faktor produksi. Dari fungsi permintaan faktor produksi ini dapat diperoleh hubungan tingkat upah dan kesempatan kerja. Berikut ini tahapan metode maksimisasi keuntungan perusahaan.

Fungsi permintaan konsumen (Eugene, 1990) adalah:

$$D\left(\frac{p^i}{p}, C^s\right)$$

Fungsi output per individu untuk perusahaan ke-i adalah

$$c^{si} = \eta\left(\frac{p^i}{p}\right)C^s \quad ; \quad '\left(\frac{p^i}{p}\right) < 0 \quad ; \quad \eta(1) = 1 \qquad (5)$$

Perusahaan memaksimumkan fungsi *profit*,

$$V_0^i \equiv \max \int_0^\infty \left[\left(\frac{p_t^i}{p_t}\right) - v_t^f\right]\eta\left(\frac{p_t^i}{p_t}\right)C_t^s x_t^i e^{-\int_0^t r_s ds}dt \quad (6)$$

Hukum perpindahan stok konsumen perusahaan (*the law of motion of the firm's customer stock*) adalah:

$$\dot{x}^i = g\left(\frac{p^i}{p}\right)x^i \ ; \ g' < 0 \, ; \ g'' \leq 0 \, ; \ g(1) = 0 \qquad (7)$$

Conrad (1987) bahwa ada 3 *First Order Condition* (FOC) untuk memecahkan masalah kontrol optimum (*optimal control*). *First Order Condition* untuk harga optimal p^i adalah

$$\eta\left(\frac{p^i}{p}\right)\frac{c^s x^i}{p} + \left[\left(\frac{p^i}{p}\right) - v^f\right]\eta'\left(\frac{p^i}{p}\right)\frac{c^s x^i}{p} + q_m^i g'\left(\frac{p^i}{p}\right)\frac{x^i}{p} = 0 \qquad (7.a)$$

Dua *First Order Necessary Condition* lain dari pemecahan problem kontrol optimum yaitu:

$$\dot{q}_m^i = \left[r - g\left(\frac{p^i}{p}\right)\right]q_m^i - \left[\left(\frac{p^i}{p}\right) - v^f\right]\eta\left(\frac{p^i}{p}\right)c^s \qquad (7.b)$$

$$\lim_{t\to\infty} exp^{-\int_0^t r_v dv} q_{mt}^i x_t^i = 0$$

Dengan demikian "*marginal q*" yang dinyatakan dengan q_m^i sama dengan "rata-rata q" yang ditulis sebagai $q_a^i \equiv \frac{V^i}{x^i}$. Jadi harga rata-rata saham perusahan-i setara dengan pendapatan yang diperoleh perusahaan setelah dinilai sekarang dibagi stok konsumennya sendiri. Maka, $q_m^i = q_a^i = q^i$.

Perekonomian dianggap dapat mencapai keseimbangan umum maka stok konsumen agregat harus dinormalisasi sama dengan satu, x = 1. Selanjutnya, karena dianggap terjadi keseimbangan simetrik maka $p^i = p$ dan $q^i = q$.

$$\left[1 + \frac{\eta(1)}{\eta'(1)} - v^f\right] = -\left(\frac{q}{c^s}\right)\left(\frac{g'(1)}{\eta'(1)}\right) \qquad (8)$$

dimana $\eta(1) = 1, \eta'(1) < 0, g'(1) < 0$

Pada persamaan tersebut, sisi sebelah kiri menjelaskan ekses *marginal revenue* atas *marginal cost*.

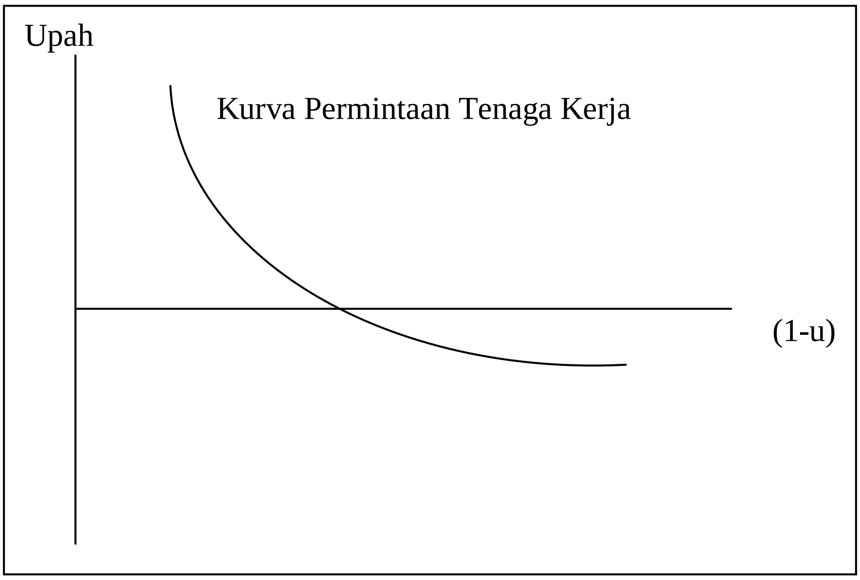
Ada intuisi penting pada pasar tenaga kerja. Katakanlah, teknologi produksi

[1] Berlainan dengan hasil perhitungan Phelps & Hoon (2006) dimana $\partial\left(\frac{v}{y^w}\right)/\partial(1-u) > 0$, *Phelps & Hoon berpendapat bahwa* v/y^w *increasing terhadap kesempatan kerja*, $1-u$. **Tetapi *hasil penelitian menjelaskan bahwa property dari* v/y^w *merupakan fungsi decreasing terhadap kesempatan kerja***, $1-u$. Oleh karena itu sebaiknya persamaan $\frac{v}{y^w} = \Phi(1-u);\ \Phi'(1-u) < 0$

sederhana, $c^s = L$, dimana c^s adalah nilai output per individu dan L adalah jumlah jam kerja pekerja.
Selanjutnya, fungsi produksi sederhana $c^s = (1-u)$ sehingga upah riil dari persamaan di atas yaitu:

$$v^f_{demand} = 1 + \frac{\eta(1)}{\eta'(1)} + \left(\frac{q}{1-u}\right)\left(\frac{g'(1)}{\eta'(1)}\right) \quad (9)$$

Jadi upah riil berhubungan negatif terhadap kesempatan kerja (1-*u*) dan berhubungan positif dengan harga saham, q.
Setiap kenaikan angka kesempatan kerja (1-*u*) akan mengarahkan perusahaan berusaha menurunkan upah perusahaan. Oleh sebab itu, persamaan di atas menunjukkan bentuk gambar Permintaan Tenaga Kerja Marshallian yang memiliki *slope* menurun. Suatu peningkatan harga saham *q* mengarahkan perusahaan menurunkan kekuatan monopolinya dan kemudian meningkatkan upah.



Gambar 4.2. Kurva Permintaan Tenaga Kerja Jangka Pendek
u : penganganggruran (*unemployment*)

3. PENUTUP

Penyelesaian masalah ekonomi dengan metode kalkulus menghasilkan analisis yang dapat terukur dan lebih akurat. Dari dua penjelasan derivasi minimisasi biaya dan maksimisasi keuntungan dapat ditarik kesimpulan bahwa: pertama, minimisasi biaya perusahaan menghasilkan Fungsi Elastisitas Solow, dengan kata lain, *Hicksian Demand for Employment*. kedua, maksimisasi *profit* menghasilkan persamaan permintaan input atau dikenal dengan *Marshallian Demand for Employment*.

Oleh karena itu, kesempatan kerja merupakan fungsi dari upah riil. Selanjutnya *upah riil (real wage) berhubungan negatif (berbanding terbalik) terhadap kesempatan kerja (employment)*.

DAFTAR REFERENSI

Blanchard, O.J. (1985). “Debt, Deficits, and Finite Horizons”. Jurnal of Political Economy Volume 93 no. 2, University of Chicago. Page: 226-230.

Conrad, Jon M. dan Colin W. Clark. (1987). Natural Resource Economics. Cambridge University Press, New York, USA.

Phelps, Edmund S. dan H.T. Hoon (2006).”A Structuralist Model of The Small Open Economy in The Short, Medium and Long Run”. SMU Economics & Statistics Working Paper No. 26-2007

Sidbelberg, Eugene. (1990). The Structure of Economics: A Mathematical Analysis. McGraw-Hill Publishing Company, Singapore, p. 624-625.